

Análisis y Síntesis de un Circuito con Resonancia Estocástica

Franco Ramírez⁽¹⁾, Almudena Suárez⁽¹⁾, Juan Mari Collantes⁽²⁾

ramirezf@unican.es, suarez@unican.es, jmcollan@we.lc.ehu.es

⁽¹⁾ Dpto. de Ingeniería de Comunicaciones, Universidad de Cantabria, 39005, Santander

⁽²⁾ Dpto. de Electricidad y Electrónica, Universidad del País Vasco, 48940, Lejona

Abstract- Stochastic resonance is a nonlinear phenomenon which allows the improvement of the detectability of a signal in noise through noise addition. This can be achieved under bi-stability conditions provided a suitable design is carried out. Here, a first practical implementation at RF frequencies is presented, using two bipolar transistors in cross-coupled configuration. The circuit nonlinear behaviour has been analyzed using specific techniques to obtain the coexisting solutions. Applying bifurcation control, the circuit response is preset to improve the signal detectability for given input power. The stochastic resonance has been experimentally confirmed with promising results.

I. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, varios trabajos [1]-[7] se han dedicado a investigar sobre la posibilidad de mejorar la detectabilidad de señales inmersas en ruido mediante un fenómeno conocido como resonancia estocástica. Este fenómeno puede observarse en sistemas bi-estables, siempre y cuando se lleve a cabo un diseño adecuado. Estructuralmente, entre las dos soluciones de DC estables del sistema, debe existir otra solución inestable, con lo cual coexisten tres soluciones matemáticas. Cada una de las dos soluciones estables esta relacionada a un mínimo de potencial, presentando el sistema un doble potencial. Para una mejor comprensión del fenómeno [4]-[7], consideraremos una función $U(v)$ que representa el doble potencial de un sistema unidimensional. Asumiendo que el sistema es simétrico, las soluciones estables serán $v=\pm v_{DC}$ mientras que la solución inestable estará dada por $v=0$. Si se añade ruido blanco Gaussiano al sistema, con una densidad espectral de ruido D relativamente grande, la tasa de transición r_k entre las dos regiones de atracción vendrá dada por la mitad del valor del autovalor λ_0 del operador de Focker-Planck asociado al sistema no lineal [8]:

$$r_k = \frac{\lambda_0}{2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta U}{D}} \quad (1)$$

donde ΔU es la altura de labarrera de potencial que existe entre los dos estados, y se define como $\Delta U=U(0)-U(\pm v_{DC})$. En circuitos prácticos, D será generalmente muy pequeño para que el sistema pueda sobrepasar la barrera de potencial, de manera que la solución del sistema variará entorno a una de las dos soluciones estables. Sin embargo, si se inyecta una señal periódica con frecuencia $f_{in} \gg r_k$, la altura promedio de la barrera de potencial reducirá a medida que suba la potencia de entrada. Por lo tanto, bajo estas condiciones, y debido al efecto cooperativo de la señal periódica y el ruido, se producirán saltos entre los estados estables para un valor

menor de intensidad de ruido del que sería necesario en condiciones autónomas. Como resultado, se produce un incremento de la potencia de salida a la frecuencia f_{in} a partir de determinada intensidad de ruido. En este caso, se ha demostrado que la relación señal a ruido S/N cumple con $S/N \propto E_{in}^2 / D^2 \exp(-\Delta \bar{U} / D)$ [7],[9], donde E_{in} es la amplitud de la señal de entrada. Para un valor óptimo de intensidad de ruido se produce un máximo de la S/N , seguido de una reducción gradual para mayores valores de ruido, ya que las perturbaciones aleatorias cancelan el efecto cooperativo. Este fenómeno es conocido como resonancia estocástica. Debido a esto, la resonancia estocástica puede permitir la detección de señales en un ambiente ruidoso, ya sea debido a la amplificación del ruido o a señales interferentes. Sin embargo, las aplicaciones prácticas de este fenómeno no lineal requerirán un ajuste eficiente del pico de S/N , para los valores de ruido y potencia de entrada de cada sistema en particular.

En este trabajo, se ha realizado la primera implementación práctica de un circuito de RF, basado en transistores bipolares, que presenta el fenómeno de resonancia estocástica. El estudio en profundidad de la dinámica del circuito ha permitido relacionar este fenómeno a un tipo particular de bifurcación, que tiene a lugar cuando la potencia de entrada varía. Partiendo de este estudio se han desarrollado una serie de técnicas de síntesis, para ajustar la resonancia estocástica a valores específicos de niveles de ruido y potencia de entrada. Las técnicas se han aplicado al circuito propuesto, obteniendo muy buenos resultados. Por lo tanto, creemos que se abren las puertas para la investigación de las aplicaciones del fenómeno de resonancia estocástica a frecuencias más altas, p.ej. sensores de microondas o tele-detección.

II. ANÁLISIS DEL CIRCUITO BI-ESTABLE

Para obtener la resonancia estocástica, se ha desarrollado el circuito de la Fig. 1 para que opere a una frecuencia $f_{in}=0.5\text{GHz}$. Básicamente consiste en dos transistores bipolares (BFP405) en configuración entrecruzada, lo que permite que exista una operación bi-estable. Además, se ha diseñado un buffer diferencial para que sea posible inyectar la señal periódica al circuito. En ausencia de una señal de entrada, el circuito muestra tres soluciones de DC coexistentes, S_0 , S_1 y S_2 . Los simuladores de balance armónico convergerán por defecto a la solución inestable S_0 del circuito, para la cual los dos transistores entrecruzados se

comportan de manera simétrica. El voltaje correspondiente a los terminales de colector de los dos transistores Q_1 y Q_2 será igual en ambos nodos y será $V_{DC0}=1.6$ V, para $V_{CC}=3$ V. Para obtener las otras dos soluciones, en este trabajo se utiliza una técnica adicional. Para ello, debe conectarse un generador de voltaje DC auxiliar, con valor V_{ADC} , a cualquiera de los dos nodos de colector (Q_1 o Q_2). Si se traza la curva de la corriente I_{ADC} que circula por este generador auxiliar, cuando se barre su valor entre 0 y V_{CC} , se obtiene la curva de la Fig. 2. Puede observarse claramente la existencia de tres soluciones coexistentes de DC, dadas por los cruces por cero de esta curva. El espaciamento entre las soluciones S_1 y S_2 , con respecto a V_{DC0} es prácticamente igual. La solución S_1 está dada por $V_{DC1}=0.22$ V en el colector de Q_1 (con 2.95 V en el colector de Q_2), mientras que la solución S_2 está dada por $V_{DC2}=2.95$ V en el colector de Q_1 (con 0.22 V en el colector de Q_2). La estabilidad de cada una de estas tres soluciones ha sido analizada con la técnica de identificación de polos y ceros [10]. La solución S_0 es inestable con un polo dominante de valor $p_0=0.55 \cdot 10^9$ rad·s⁻¹. Las soluciones estables S_1 y S_2 tienen polos dominantes $p_{1,2}=-0.07 \cdot 10^9$ rad·s⁻¹.

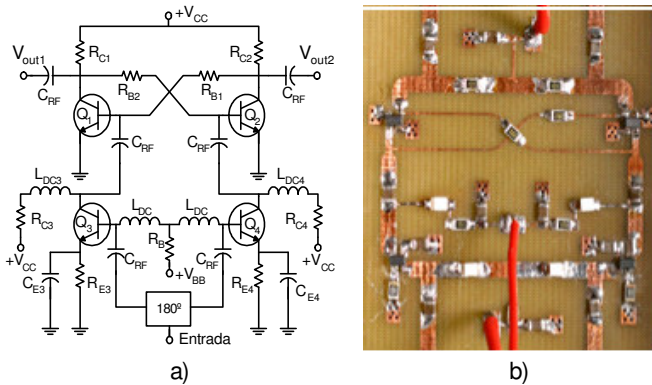


Fig. 1. Circuito bi-estable basado en dos transistores bipolares entrecruzados. a) Esquemático del circuito. b) Fotografía del circuito.

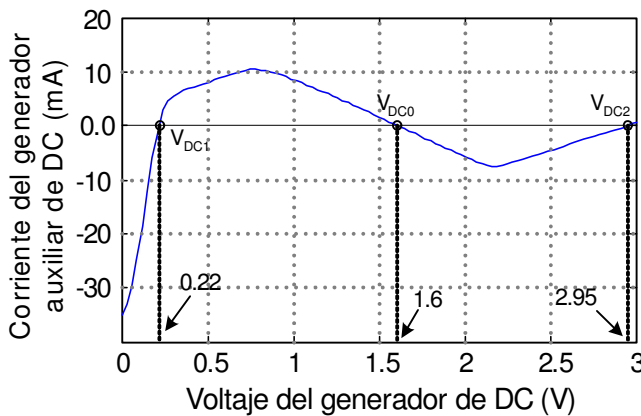


Fig. 2. Obtención de las tres soluciones coexistentes de DC del circuito de la Fig. 1, utilizando el método del generador de voltaje DC auxiliar.

A continuación, se introduce un generador de RF de pequeña amplitud a la frecuencia $f_{in}=0.5$ GHz. Por defecto el sistema de balance armónico convergerá a la régimen periódico inestable S_{P0} , que se encuentra entorno a la solución central de DC S_0 . Sin embargo, en la práctica el circuito operará entorno a S_1 o S_2 , dependiendo de las condiciones iniciales. Para conseguir la convergencia del simulador de balance armónico hacia las otras dos soluciones periódicas, una nueva

técnica se ha desarrollado aquí. Dicha técnica está basada en el hecho de que las componentes de DC de las variables del circuito son distintas para las tres soluciones. La convergencia hacia las soluciones periódicas se consigue conectando un generador de voltaje DC auxiliar, con un inductor ideal en serie, al terminal de colector del transistor Q_1 . Durante la simulación de balance armónico a f_{in} , la amplitud V_{ADC} del generador auxiliar de DC se optimiza de manera que la corriente que circula a través de dicho generador sea cero ($I_{ADC}=0$). Para lograr que la convergencia de la solución hacia S_{P1} o S_{P2} , el valor inicial V_{ADC} será V_{DC1} ó V_{DC2} , respectivamente.

La evolución de las tres soluciones periódicas S_{P0} , S_{P1} y S_{P2} a la frecuencia f_{in} se ha analizado en función de la potencia de entrada P_{in} . La Fig. 3a muestra las variaciones de voltaje correspondientes a la componente de DC en el nodo de colector de Q_1 para S_{P0} , S_{P1} y S_{P2} , respectivamente. La Fig. 3b muestra una vista ampliada de la variación de la potencia de salida a f_{in} para -16 dBm $\leq P_{in} \leq -8$ dBm. También se han superpuesto los resultados obtenidos de la etapa de caracterización experimental del circuito. Puede observarse que los dos transistores entrecruzados se comportan de manera simétrica, con respecto a la solución central S_{P0} . En las soluciones superiores e inferiores (S_{P1} y S_{P2}), los dos transistores tienen valores alternados de tensión y potencia. Para una potencia de entrada $P_{ino}=-12.7$ dBm, las ramas superior e inferior se juntan, se convierten en una sola (S_{P0}) y desaparecen. Este fenómeno es conocido en la literatura de dinámica no lineal, como bifurcación de Pitchfork inversa [11]. Esta bifurcación se encuentra generalmente en sistemas con simetría estructural. Así, a medida que la potencia de entrada aumenta su valor, la solución S_{P0} , que es inestable antes del punto P_{ino} , pasa a ser estable a partir de este valor.

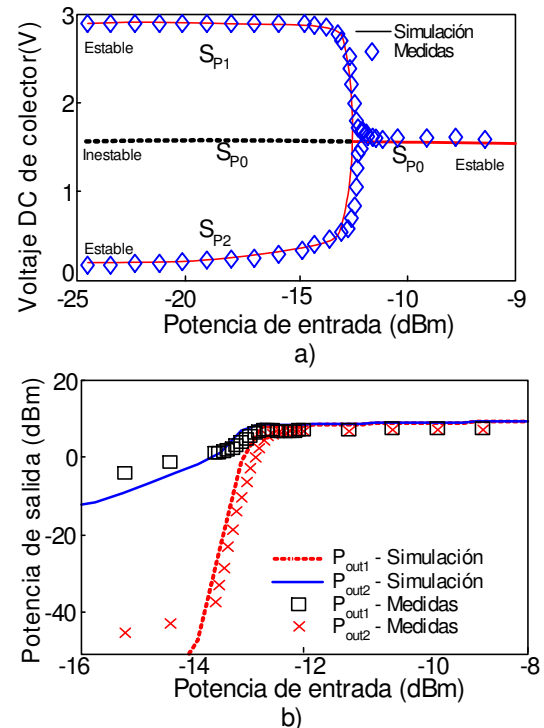


Fig. 3. Diagrama de bifurcación. Bifurcación Pitchfork para $P_{ino}=-12.7$ dBm. a) Componente de DC de la solución periódica. b) Potencia de salida.

El diagrama de la Fig. 2 también puede relacionarse con el doble potencial que presentan los sistemas bi-estables. Para

un valor P_{in} pequeño, el sistema operará entorno a S_{P1} o S_{P2} , pero si P_{in} aumenta de valor, el promedio de la altura de la barrera de potencial decrecerá, facilitando los saltos, que el ruido pueda inducir, entre los dos estados. Utilizando la técnica propuesta en [8], se ha definido una función que permite obtener una estimación cualitativa de las variaciones del potencial promediado. Esta función se define como la suma de las integrales de voltaje de las funciones de corriente promediadas, en los terminales de colector Q_1 y Q_2 . Cada función de corriente se obtiene mediante un barrido de la tensión de DC del generador auxiliar, en presencia de la señal de entrada a fin, y calculando la corriente que circula por esta fuente. El resultado de la aplicación de esta técnica se muestra en la Fig. 4. Nótese que a medida que nos aproximamos a la bifurcación de Pitchfork, la altura de la barrera del potencial promediado decrece y que las dos regiones estables se acercan mutuamente hasta que se convierten en una sola en el punto en el que ocurre la bifurcación Pitchfork. Para los valores típicos de nivel de ruido, la transición de la solución entre los dos estados requerirá una barrera de potencial relativamente baja. Por lo tanto, es más probable que se produzca el fenómeno de resonancia estocástica en las inmediaciones de la bifurcación.

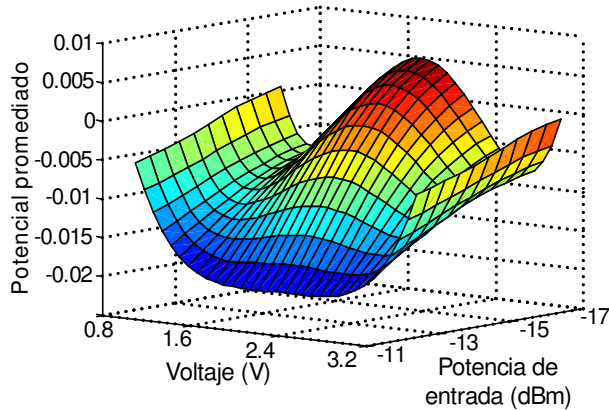


Fig. 4. Estimación cualitativa de la variación del potencial promediado en función de P_{in} . La barrera de potencial disminuye si P_{in} aumenta. Los pozos se convierten en uno en el punto de bifurcación Pitchfork.

III. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL DEL CIRCUITO: RESONANCIA ESTOCÁSTICA

Para una confirmación experimental del fenómeno de resonancia estocástica, se implementó un banco de medida específico. La señal periódica a $f_{in}=0.5\text{GHz}$ y el ruido se inyectan al buffer diferencial del circuito utilizando un combinador de potencia. Los niveles variables de ruido se obtienen atenuando/amplificando el ruido que genera una fuente convencional de ruido basada en un diodo. La densidad espectral de potencia del ruido de salida se obtiene utilizando un analizador de espectros. Teniendo en cuenta la característica del espectro de ruido de fase del generador ($-100\text{ dBc/Hz @ }100\text{ KHz}$) y el nivel de ruido aditivo introducido al sistema, el fondo de ruido es prácticamente plano para frecuencias offset mayores a 100 KHz . El ruido a la salida del sistema se medirá para este offset de frecuencia. Se han considerado dos valores de potencia de entrada, a diferentes distancias de la bifurcación de Pitchfork: $P_{in}=-21\text{ dBm}$ y $P_{in}=-30\text{ dBm}$. Para cada valor de P_{in} , se han realizado varias campañas de medida de la relación S/N en función del nivel de ruido añadido, obteniendo los resultados de la Fig. 5.

Es importante aclarar que el ruido añadido por el propio circuito es despreciable comparado con el ruido introducido artificialmente, y no tiene ningún efecto sobre la resonancia estocástica, como se ha verificado en la etapa de simulación.

Las curvas de S/N obtenidas demuestran la repetibilidad de las medidas. Las curvas también muestran forma característica de la resonancia estocástica [6]-[7],[9], con un máximo para un nivel óptimo de ruido, seguido de una disminución gradual para mayores valores de ruido añadido. Se ha verificado experimentalmente que el máximo de S/N aumenta de valor a medida que P_{in} se acerca a la bifurcación de Pitchfork. Por otra parte, el valor de ruido para el máximo de S/N es menor cerca de la bifurcación

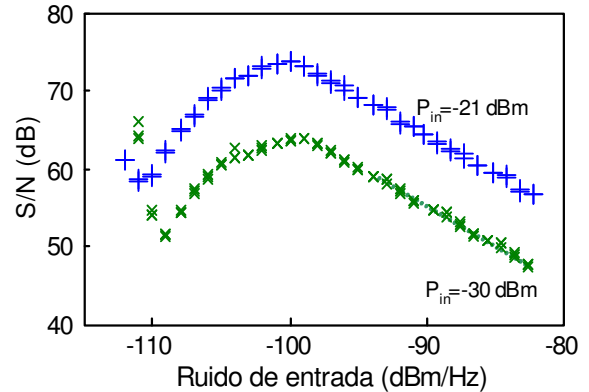


Fig. 5. Medida de la S/N, en función de la densidad espectral de ruido a la entrada, para $P_{in}=-30\text{dBm}$ (x) y $P_{in}=-21\text{ dBm}$ (+) a $f_{in}=0.5\text{ GHz}$. El máximo de la S/N es debido a la resonancia estocástica.

IV. TÉCNICAS DE SÍNTESIS

En esta sección, se presentan técnicas que permiten controlar la respuesta de la resonancia estocástica del circuito analizado.

A. Control de las soluciones de DC

La excursión de amplitud de la solución, que se produce por los saltos inducidos por el ruido, depende de la diferencia de voltaje que existe entre las dos soluciones estables de DC, $\Delta V_{DC}=V_{DC1}-V_{DC2}$. Como se ha mencionado anteriormente, el voltaje en el terminal de colector de Q_2 , correspondiente a la solución S_1 , corresponde con el voltaje en el terminal de colector de Q_1 para la solución S_2 .

Para reducir o aumentar el valor de ΔV_{DC} , deben conectarse dos generadores de DC auxiliares en los colectores de Q_1 y Q_2 . Los valores impuestos a estos generadores corresponderán con los valores deseados de las soluciones $V_{ADC1}=V_{DC1}$ y $V_{ADC2}=V_{DC2}$. Posteriormente, se calcular u optimizan valores de elementos del circuito para que ambos generadores cumplan: $I_{ADC1} = I_{ADC2} = 0$, simultáneamente. De esta manera, es posible modificar la altura de la barrera de potencial ΔU para obtener un comportamiento óptimo del circuito. A modo de ejemplo, la utilización de esta técnica ha permitido reducir la diferencia de voltaje entre las dos soluciones de DC de $\Delta V_1=2.7\text{V}$ a $\Delta V_2=1.5\text{V}$ (Fig. 6a). Las variables de optimización utilizadas han sido R_{C1} , R_{C2} , R_{B1} y R_{B2} .

B. Control de la bifurcación de Pitchfork

A medida que nos aproximamos a la bifurcación de Pitchfork, los dos potenciales se aproximan el uno al otro. A

continuación se presenta una técnica que permite controlar esta bifurcación. La técnica está basada en el hecho de que la diferencia de magnitud entre los valores promedio de las soluciones periódicas, S_{P1} y S_{P2} , decrece cerca del punto de bifurcación. Aprovechando la simetría entre estas dos soluciones, que tienen valores alternados en Q_1 y Q_2 , es posible detectar la bifurcación imponiendo la condición:

$$|V_1^{cq1}(0) - V_2^{cq2}(0)| = \varepsilon \quad (2)$$

Donde los superíndices se refieren a los voltajes de colector de Q_1 y Q_2 para la misma solución. Para imponer (2) a un valor determinado de potencia de entrada P_{ino}' , diferente del valor original P_{ino} , se conectan dos generadores auxiliares de DC en los colectores de Q_1 y Q_2 . Sus voltajes se fijan a $V_{DC1}=V$ y $V_{DC2}=V+\varepsilon$, con $\varepsilon \ll V$, estando V en el orden de la componente de DC de la solución periódica inestable S_{P0} . Las fuentes auxiliares de DC deben cumplir una condición de no perturbación, dada por el valor cero de sus respectivas corrientes. Teniendo esta condición en cuenta, la tensión V , junto con un parámetro η , convenientemente elegido, se calculan u optimizan en balance armónico, para cumplir la siguiente condición para el control de la bifurcación:

$$\begin{aligned} V_{DC1}^{q1} &= V, \quad V_{DC1}^{q2} = V + \varepsilon, \quad P_{in} = P_{ino}' \\ I_{DC1}(V, \eta) &= 0 \\ I_{DC2}(V, \eta) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Esta técnica se ha aplicado al control de la bifurcación Pitchfork del circuito de la Fig. 1. El objetivo ha sido reducir el punto de bifurcación $P_{ino}=-12.7$ dBm a $P_{ino}'=-25$ dBm. Los parámetros de control seleccionados han sido las resistencias R_{C3} y R_{C4} . Para una variación mínima del rendimiento circuito original, se ha utilizado una técnica de continuación, barriendo P_{in} desde P_{ino} hasta P_{ino}' y resolviendo (2) en función de las resistencias y el voltaje V para cada valor del barrido. Los resultados de la técnica de control, que ha requerido elevar los valores de R_{C3} y R_{C4} , se muestran en la Fig. 6a. Como puede observarse, el punto de bifurcación se ha desplazado sin afectar significativamente los niveles de DC o la potencia de salida de las tres soluciones. El nuevo diseño, con un valor de bifurcación $P_{ino}'=-25$ dBm, también se ha fabricado y caracterizado experimentalmente. La Fig. 6b muestra los resultados de las diferentes campañas de medida de la S/N para dos valores distintos de potencia de entrada, a distintas distancias de la bifurcación de Pitchfork: $P_{in}=-45$ dBm y $P_{in}=-30$ dBm. Como ya se ha observado en la Fig. 5, se produce un mayor incremento de la S/N para distancias menores respecto a P_{ino}' y el nivel de ruido necesario para el máximo de la S/N también se reduce al estar más cerca de la bifurcación.

V. CONCLUSIÓN

Se ha presentado un primera realización práctica de un circuito de RF que exhibe el fenómeno de resonancia estocástica. El circuito consiste en dos transistores bipolares entrecruzados, lo cual proporciona una operación bi-estable. Se ha realizado una investigación en profundidad de la dinámica del circuito en función de la potencia de la señal de RF inyectada y se ha determinado que el comportamiento del circuito está regido por una bifurcación de Pitchfork.

También se ha desarrollado una técnica para el control de dicha bifurcación, para mejorar el comportamiento del circuito para valores específicos de la potencia de entrada. El fenómeno de resonancia estocástica ha sido verificado experimentalmente. Los resultados muestran que es posible obtener y controlar algunos parámetros de este fenómeno a frecuencias de RF y abren las puertas para la investigación de este fenómeno en el campo de las microondas.

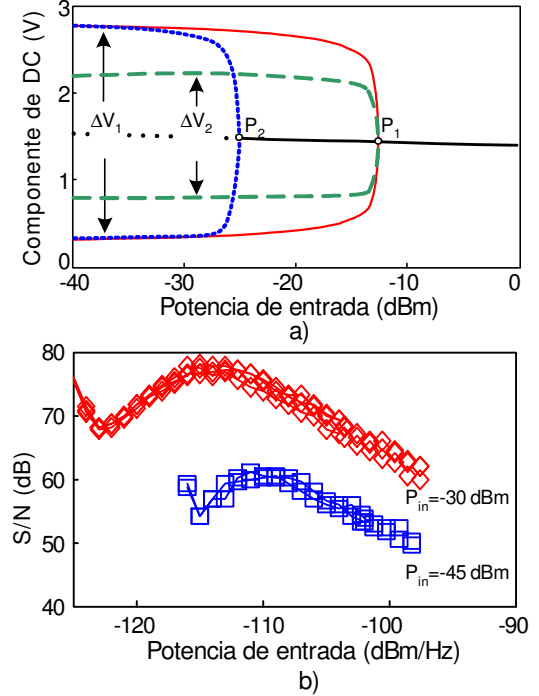


Fig. 6. Aplicación de las técnicas propuestas para el control de la resonancia estocástica. a) Variación de los niveles de las soluciones coexistentes (ΔV_1 , ΔV_2). Desplazamiento de la bifurcación Pitchfork (P_1 , P_2). b) Medidas de la S/N del nuevo circuito (P_2) para $P_{in}=-45$ dBm (□) y $P_{in}=-30$ dBm (◇).

REFERENCIAS

- [1] D.G. Luchinsky, *et al.* "Stochastic resonance in electrical circuits. I. Conventional stochastic resonance," *IEEE Trans. Circuits Sys. II*, vol. 46, no. 9, pp. 1205-1214, Sep. 1999.
- [2] —, "Stochastic resonance in electrical circuits. II. Nonconventional stochastic resonance," *IEEE Trans. Circuits Syst. II*, vol. 46, no. 9, pp. 1215-1224, Sep. 1999.
- [3] B. McNamara, K. Wiesenfeld, "Theory of stochastic resonance," *Phys. Rev. A*, vol. 39, no. 9, pp. 4854-4869, May 1989.
- [4] G.P. Harmer, B.R. Davis, D. Abbott, "A review of stochastic resonance: circuits and measurement," *IEEE Trans. on Inst. and Meas.*, vol. 51, no. 2, pp. 299-309, Apr. 2002.
- [5] F. Moss, "Stochastic resonance: a signal + noise in a two state system," *Proc. On Frequency Control*, 1991, pp. 649-658.
- [6] L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, F. Marchesoni, "Stochastic resonance," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 70, no. 1, pp. 223-287, Jan. 1998.
- [7] E. Lanzara, R.N. Mantegna, B. Spagnolo, R. Zangara, "Experimental study of a nonlinear system in the presence of noise: the stochastic resonance," *Am. J. Phys.*, vol. 45, no. 4, pp. 341-349, Apr. 1997.
- [8] P. Jung, "Thermal activation in bistable systems under external periodic forces," *Z. Phys. B. Cond. Matt.*, vol. 76, no. 4, pp. 521-535, Dec. 1989.
- [9] V. Berdichevsky, M. Gitterman, "Stochastic resonance in a bistable piecewise potential: analytical solution," *J. Phys. A: Math. Gen.*, vol. 29, no. 18, pp. 447-452, Sep. 1996.
- [10] J. Jugo, J. Portilla, A. Anakabe, A. Suárez and J.M. Collantes, "Closed-loop stability analysis of microwave amplifiers," *Electronics Letters*, vol. 37, no. 4, pp. 226-228, Feb. 2001.
- [11] A. Suárez, R. Quéré, *Stability analysis of nonlinear microwave circuits*, Norwood, MA: Artech-House, 2003.